

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CONSILIUL NAȚIONAL PENTRU CURRICULUM

PROGRAME ȘCOLARE PENTRU CICLUL SUPERIOR AL LICEULUI

MATEMATICĂ

CLASA A XI-A¹

Aprobat prin ordinul ministrului

Nr. 3252/13.02.2006

București, 2006

¹ Se aplică și la clasa a XII-a – filiera tehnologică, ruta progresivă de calificare prin școala de arte și meserii + anul de completare.

MATEMATICĂ - PROGRAMA 1

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică: 4 ore / săpt. (TC + CD)

Filiera vocațională, profil militar M.Ap.N., specializarea matematică-informatică: 4 ore / săpt. (CD)

NOTĂ DE PREZENTARE

În noua structură a învățământului obligatoriu, nivelul ridicat de complexitate al finalităților este determinat de necesitatea asigurării deopotrivă a educației de bază pentru toți cetățenii – prin dezvoltarea echilibrată a tuturor competențelor cheie și prin formarea pentru învățarea pe parcursul întregii vieți – și a inițierii în trasee de formare specializate.

Studiul matematicii în ciclul superior al liceului urmărește: să contribuie la formarea și dezvoltarea capacității elevilor de a reflecta asupra lumii și oferă individului cunoștințele necesare pentru a acționa asupra acesteia, în funcție de propriile nevoi și dorințe; să formuleze și să rezolve probleme pe baza relaționării cunoștințelor din diferite domenii; să înzestreze absolventul de liceu cu un set de competențe, valori și atitudini, pentru a favoriza o integrare profesională optimă.

În elaborarea programei au fost avute în vedere schimbările intervenite în structura învățământului preuniversitar și modificarea structurii liceului prin noile planuri-cadru de învățământ. Astfel, planurile-cadru pentru clasele a XI-a și a XII-a, ciclul superior al liceului, păstrează structura celor din ciclul inferior al liceului și sunt structurate pe trei componente: trunchi comun (TC); curriculum diferențiat (CD); curriculum la decizia școlii (CDS) – la filierele teoretică și vocațională, respectiv curriculum de dezvoltare locală (CDL) – la filiera tehnologică.

Curriculumul de *Matematică* propune organizarea activității didactice pe baza corelării domeniilor de studiu, precum și utilizarea în practică, în contexte variate, a competențelor dobândite prin învățare. În mod concret, s-a urmărit:

- esențializarea conținuturilor în scopul accentuării laturii formative;
- compatibilizarea cunoștințelor cu vârsta elevului și cu experiența anterioară a acestuia;
- continuitatea, coerența intradisciplinară; realizarea legăturilor interdisciplinare prin crearea de modele matematice ale unor fenomene abordate în cadrul altor discipline; prezentarea conținuturilor într-o formă accesibilă, în scopul de a stimula motivația pentru studiul matematicii;
- asigurarea unei continuități la nivelul experienței didactice acumulate în predarea matematicii în sistemul nostru de învățământ.

Programele școlare de *Matematică* pentru ciclul superior al liceului sunt structurate pe formarea de competențe. Înțelese ca ansambluri structurate de cunoștințe și deprinderi dobândite prin învățare, competențele permit identificarea și rezolvarea unor probleme specifice domeniilor de studiu, în contexte variate. Acest tip de proiectare curriculară își propune: focalizarea pe achizițiile finale ale învățării, accentuarea dimensiunii acționale în formarea personalității elevului, corelarea cu așteptările societății.

Programa școlară de *Matematică* pentru specializarea matematică-informatică din cadrul filierelor teoretică (profil real) și vocațională (profil militar MApN) este structurată pe un ansamblu de șase competențe generale, creând cadrul pentru individualizarea predării-învățării disciplinei, în funcție de filierele, profilurile și specializările cărora li se adresează, și urmărind asigurarea unui echilibru între formarea competențelor generale de cunoaștere și nevoia de a opera cu concepte matematice în contexte proprii specializării, în scopul orientării către finalitățile liceului.

Prezentul document prezintă **în mod unitar** atât competențele specifice și conținuturile vizate pentru trunchi comun, cât și pe cele pentru curriculum diferențiat.

Programa este construită astfel încât să nu îngreșească libertatea profesorului în proiectarea activităților didactice. Astfel, în condițiile realizării competențelor generale și specifice și în condițiile parcurgerii integrale a conținuturilor obligatorii, profesorul poate:

- să schimbe ordinea parcurgerii elementelor de conținut;
- să grupeze în diverse moduri elementele de conținut în unități de învățare, cu respectarea logicii interne de dezvoltare a conceptelor matematice;
- să aleagă sau să organizeze activități de învățare adecvate condițiilor concrete din clasă.

Programa școlară de *Matematică* are următoarele componente:

- competențe generale;
- valori și atitudini;
- competențe specifice și conținuturi asociate acestora;
- sugestii metodologice.

COMPETENȚE GENERALE

1. Folosirea terminologiei specifice matematicii în contexte variate de aplicare
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural sau contextual cuprinse în enunțuri matematice
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice în rezolvarea de probleme
4. Exprimarea și redactarea coerentă în limbaj formal sau în limbaj cotidian, a rezolvării sau a strategiilor de rezolvare a unei probleme
5. Analiza de situații-problemă în scopul descoperirii de strategii pentru optimizarea soluțiilor
6. Generalizarea unor proprietăți prin modificarea contextului inițial de definire a problemei sau prin generalizarea algoritmilor

VALORI ȘI ATITUDINI

Curriculumul școlar pentru *Matematică* are în vedere formarea la elevi a următoarelor valori și atitudini:

- manifestarea curiozității și a imaginației în crearea și rezolvarea de probleme
- manifestarea tenacității, a perseverenței și a capacității de concentrare
- dezvoltarea unei gândiri deschise, creative și a unui spirit de obiectivitate și imparțialitate
- dezvoltarea independenței în gândire și acțiune
- manifestarea inițiativei și a disponibilității de a aborda sarcini variate
- dezvoltarea simțului estetic și critic, a capacității de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în arhitectura rezolvării unei probleme sau a construirii unei teorii
- formarea obișnuinței de a recurge la concepte și metode matematice în abordarea unor situații cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice
- formarea motivației pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viața socială și profesională.

COMPETENȚE SPECIFICE ȘI CONȚINUTURI

| Competențe specifice | Conținuturi |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic 2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces 3. Aplicarea algoritmilor de calcul în situații practice 4. Rezolvarea unor ecuații și sisteme utilizând algoritmi specifici 5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora 6. Optimizarea rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic) | <p>Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare</p> <p>Permutări</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Noțiunea de permutare, operații, proprietăți. ▪ Inversiuni, semnul unei permutări. <p>Matrice</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Tabel de tip matricial. Matrice, mulțimi de matrice. ▪ Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți. <p>Determinanți</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Determinant de ordin n, proprietăți. ▪ Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan. <p>Sisteme de ecuații liniare</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{C})$, $n \leq 4$. ▪ Ecuații matriceale. ▪ Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice. ▪ Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouche, metoda Gauss. |
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Caracterizarea unor șiruri și funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare 2. Interpretarea unor proprietăți ale șirurilor și ale altor funcții cu ajutorul reprezentărilor grafice. 3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme și modelarea unor procese 4. Exprimarea cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și calitative ale unei funcții 5. Studiarea unor funcții din punct de vedere cantitativ și calitativ utilizând diverse procedee: majorări, minorări pe un interval dat, proprietățile algebrice și de ordine ale mulțimii numerelor reale în studiul calitativ local, utilizarea reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și pentru identificarea unor proprietăți | <p>Elemente de analiză matematică</p> <p>Limite de funcții</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$. ▪ Funcții reale de variabilă reală : funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse. ▪ Limita unui șir utilizând vecinătăți, proprietăți. ▪ Șiruri convergente: intuitiv, comportarea valorilor unei funcții cu grafic continuu când argumentul se apropie de o valoare dată, șiruri convergente: exemple semnificative: $(a^n)_n$, $(n^a)_n$, $((1+1/n)^n)_n$ (fără demonstrație), operații cu șiruri convergente, convergența șirurilor utilizând proprietatea Weierstrass. Numărul e; limita șirului $((1+u_n)^{1/u_n})_n$; $u_n \rightarrow 0$. ▪ Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, calculul limitelor laterale. ▪ Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții : $0/0$, ∞/∞, $\infty-\infty$, $0 \cdot \infty$, 1^∞, ∞^0, 0^0. ▪ Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice. |

| Competențe specifice | Conținuturi |
|---|---|
| <p>Explorarea unor proprietăți cu caracter local și/ sau global ale unor funcții utilizând continuitatea, derivabilitatea sau reprezentarea grafică</p> | <p>Continuitate</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue. ▪ Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, proprietatea lui Darboux, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în \mathbf{R}. <p>Derivabilitate</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate. ▪ Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema Rolle, teorema Lagrange și interpretarea lor geometrică, consecințe ale teoremei lui Lagrange: derivata unei funcții într-un punct. ▪ Regulile lui l'Hospital. ▪ Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: puncte de extrem, monotonia funcțiilor. ▪ Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune. <p>Reprezentarea grafică a funcțiilor</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații. ▪ Reprezentarea grafică a funcțiilor. ▪ Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă). <p>NOTE:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ În introducerea noțiunilor de limită a unui șir într-un punct și de șir convergent nu se vor introduce definițiile cu ε și nici teorema de convergență cu ε. ▪ Se utilizează exprimarea „ proprietatea lui.... ” , „regula lui...” , pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei. |

SUGESTII METODOLOGICE

Reconsiderarea finalităților și a conținuturilor învățământului determinată de nevoia de adaptare a curriculumului național la schimbările intervenite în structura învățământului preuniversitar: pe de o parte, prelungirea duratei învățământului obligatoriu la 10 clase, iar pe de altă parte, apartenența claselor a IX-a și a X-a la învățământul liceal sau la învățământul profesional – școala de arte și meserii – este însoțită de reevaluarea și înnoirea metodelor folosite în practica instructiv-educativă. Acestea vizează următoarele aspecte:

- aplicarea *metodelor centrate pe elev*, pe activizarea structurilor cognitive și operatorii ale elevilor, pe exersarea potențialului psihofizic al acestora, pe transformarea elevului în coparticipant la propria instruire și educație;
- folosirea unor metode care să favorizeze relația nemijlocită a elevului cu obiectele cunoașterii, prin recurgere la *modele concrete*;
- accentuarea *caracterului formativ al metodelor de instruire* utilizate în activitatea de predare-învățare, acestea asumându-și o intervenție mai activă și mai eficientă în cultivarea potențialului individual, în dezvoltarea capacităților de a opera cu informațiile asimilate, de a aplica și evalua cunoștințele dobândite, de a investiga ipoteze și de a căuta soluții adecvate de rezolvare a problemelor sau a situațiilor-problemă;
- îmbinare și o alternanță sistematică a activităților bazate pe *efortul individual al elevului* (documentarea după diverse surse de informație, observația proprie, exercițiul personal, instruirea programată, experimentul și lucrul individual, tehnica muncii cu fișe etc.) cu activitățile ce solicită efortul colectiv (de echipă, de grup) de genul discuțiilor, asaltului de idei etc.;
- însușirea unor metode de informare și de *documentare independentă*, care oferă deschiderea spre autoinstruire, spre învățare continuă.

Acest curriculum are drept obiectiv crearea condițiilor favorabile fiecărui elev de a-și forma și dezvolta competențele într-un ritm individual, de a-și transfera cunoștințele acumulate dintr-o zonă de studiu în alta. Pentru aceasta, este util ca profesorul să-și orienteze demersul didactic spre realizarea următoarelor tipuri de activități:

- formularea de sarcini de prelucrare variată a informațiilor, în scopul formării competențelor vizate de programa școlară;
- alternarea prezentării conținuturilor, cu moduri variate de antrenare a gândirii;
- solicitarea de frecvente corelații intra- și interdisciplinare;
- punerea elevului în situația ca el însuși să formuleze sarcini de lucru adecvate;
- obținerea de soluții sau interpretări variate pentru aceeași unitate informațională;
- susținerea comunicării elev-manual – prin analiza pe text –, transpunerea simbolică a unor conținuturi, interpretarea acestora;
- formularea de sarcini rezolvabile prin activitatea în grup;
- organizarea unor activități de învățare permițând desfășurarea sarcinilor de lucru în ritmuri diferite;
- sugerarea unui algoritm al învățării, prin ordonarea sarcinilor.

Cadrele didactice își pot alege metodele și tehnicile de predare și își pot adapta practicile pedagogice în funcție de ritmul de învățare și de particularitățile elevilor.

Prezentul curriculum își propune ca să formeze competențe, valori și atitudini prin demersuri didactice care să indice explicit apropierea conținuturilor învățării de practica învățării eficiente. Pe parcursul ciclului liceal superior este util ca, în practica pedagogică, profesorul să aibă în vedere următoarele aspecte ale învățării pentru formarea fiecăreia dintre competențele generale ale disciplinei:

1. Folosirea terminologiei specifice matematicii în contexte variate de aplicare

Exemple de activități de învățare:

- analiza datelor unei probleme pentru verificarea noncontradicției, suficienței, redundanței și eliminarea datelor neesențiale;
- interpretarea parametrilor unei probleme ca o parte a ipotezei acesteia;
- utilizarea formulelor standardizate în înțelegerea ipotezei;
- exprimarea prin simboluri specifice a relațiilor matematice dintr-o problemă;
- analiza secvențelor logice în etapele de rezolvare a unei probleme;
- exprimarea rezultatelor rezolvării unei probleme în limbaj matematic;
- recunoașterea și identificarea datelor unei probleme prin raportare la sisteme de comparare standard.

2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural sau contextual cuprinse în enunțuri matematice

Exemple de activități de învățare:

- compararea, observarea unor asemănări și deosebiri, clasificarea noțiunilor matematice studiate, după unul sau mai multe criterii explicite sau implicite, luate simultan sau separat;
- folosirea regulilor de generare logică a reperelor sau a formulelor invariante în analiza de probleme;
- utilizarea schemelor logice și a diagramelor logice de lucru în rezolvarea de probleme;
- formarea obișnuinței de a verifica dacă o problemă este sau nu determinată;
- folosirea unor criterii de comparare și clasificare pentru descoperirea unor proprietăți sau reguli.

3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice în rezolvarea de probleme

Exemple de activități de învățare:

- cunoașterea și utilizarea unor reprezentări variate ale noțiunilor matematice studiate;
- construirea și interpretarea unor diagrame, tabele, scheme grafice ilustrând situații cotidiene;
- folosirea unor reprezentări variate ca punct de plecare pentru intuirea, ilustrarea, clarificarea sau justificarea unor idei, algoritmi, metode, căi de rezolvare etc.;
- exprimarea în termeni logici, cu ajutorul invarianțelor specifici, a unei rezolvări de probleme;
- utilizarea unor repere standard sau a unor formule standard în rezolvarea de probleme.

4 Exprimarea și redactarea coerentă în limbaj formal sau în limbaj cotidian, a rezolvării sau a strategiilor de rezolvare a unei probleme

Exemple de activități de învățare:

- formarea obișnuinței de a recurge la diverse tipuri de reprezentări pentru clasificarea, rezumarea și prezentarea concluziilor unor experimente;
- folosirea unor reprezentări variate pentru anticiparea unor rezultate sau evenimente;
- intuirea ideii de dependență funcțională;
- utilizarea metodelor standard în aplicații în diverse domenii;
- redactarea unor demonstrații utilizând terminologia adecvată și făcând apel la propoziții matematice studiate.

5. Analiza de situații-problemă în scopul descoperirii de strategii pentru optimizarea soluțiilor

Exemple de activități de învățare:

- identificarea și descrierea cu ajutorul unor modele matematice, a unor relații sau situații multiple;
- imaginarea și folosirea creativă a unor reprezentări variate pentru depășirea unor dificultăți;
- exprimarea prin metode specifice a unor clase de probleme; formarea obișnuinței de a căuta toate soluțiile, de a stabili unicitatea soluțiilor sau de a analiza rezultatele;
- identificarea și formularea a cât mai multor consecințe posibile ce decurg dintr-un set de ipoteze;
- verificarea validității unor afirmații, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple și contraexempluri;
- folosirea unor sisteme de referință diferite pentru abordarea din perspective diferite ale unei noțiuni matematice.

6. Generalizarea unor proprietăți prin modificarea contextului inițial de definire a problemei sau prin generalizarea algoritmilor

Exemple de activități de învățare:

- analiza rezolvării unei probleme din punctul de vedere al corectitudinii, al simplității, al clarității și al semnificației rezultatelor;
- reformularea unei probleme echivalente sau înrudite;
- rezolvarea de probleme și situații-problemă;
- folosirea particularizării, a generalizării, a inducției sau analogiei pentru alcătuirea sau rezolvarea de probleme noi, pornind de la o proprietate sau de la o problemă dată;
- expunerea de metode standard sau nonstandard ce permit modelarea matematică a unei situații-problemă;
- transferul și extrapolarea soluțiilor unor probleme pentru rezolvarea altora;
- folosirea unor idei, reguli sau metode matematice în abordarea unor probleme practice sau pentru structurarea unor situații diverse;
- expunerea de metode standard sau nonstandard ce permit modelarea matematică a unor situații;
- analiza capacității metodelor de a se adapta unor situații concrete;
- utilizarea rezultatelor și a metodelor pentru crearea de strategii de lucru.

Toate acestea sugestii de activități de învățare indică explicit apropierea conținuturilor învățării de practica învățării eficiente. În demersul didactic, centrul acțiunii devine elevul și nu predarea noțiunilor matematice ca atare. Accentul trece de la “ce” să se învețe, la “în ce scop” și “cu ce rezultate”. Evaluarea se face în termeni calitativi; capătă semnificație dimensiuni ale cunoștințelor dobândite, cum ar fi: esențialitate, profunzime, funcționalitate, durabilitate, orientare axiologică, stabilitate, mobilitate, diversificare, amplificare treptată.